



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

IMPLEMENTAÇÃO DE UM ESTIMADOR DE ESTADOS NUM SIMULADOR DE SISTEMA DE CONTROLE DE ATITUDE DE SATELITES

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(CNPq/INPE)**

Alain Giacobini de Souza (UNESP, Bolsista CNPq)
E-mail: alaingiacobini@gmail.com.br

Dr. Luiz Carlos Gadelha de Souza (DMC/INPE, Orientador)
E-mail: gadelha@dem.inpe.br

Junho de 2010

RESUMO

Futuras missões espaciais exigirão do Sistema de Controle de Atitude (SCA) de satélites maior autonomia e melhor desempenho devido principalmente ao alto grau de apontamento, implicando em algoritmos de controle cada vez mais confiáveis. Por outro lado, há na literatura uma variedade de técnicas de controle de atitude, que tratam de estabilização, identificação e robustez que precisam ser avaliadas experimentalmente para aprimorar o desempenho do SCA. A investigação experimental também é fundamental para estudar e substituir equipamentos de hardwares pelo seu equivalente em software, a fim de baratear o projeto. Este trabalho apresenta o estudo e o desenvolvimento de um SCA para um simulador de satélite. Este permite a verificação experimental de vários aspectos fundamentais da dinâmica e do projeto do seu sistema de controle. Ênfase é dada à implementação de um estimador de estados, baseado na técnica de alocação de pólos. O modelo desenvolvido é de um satélite com rotação em três eixos (3-D) com três rodas de reação como atuadores e três giroscópios como sensores de velocidade angular. Primeiramente, derivam-se as equações de movimento do simulador, seguido pelo projeto do SCA por meio do método de alocação de pólos. Finalmente, um estudo detalhado da utilização de um observador de estados, objetivando auxiliar o conjunto de sensores é realizado. O desempenho do estimador é investigado, considerando que este, é função da posição de seus pólos em relação à posição dos pólos da planta.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	1
2 DESCRIÇÕES DO MODELO.....	2
3 MODELO MATEMÁTICO.....	4
3.1 Equações de movimento.....	5
3.2 Sistema de controle de atitude.....	9
3.3 Alocação de pólos.....	10
3.4 Observadores de estados.....	11
3.4.1 Observador de ordem plena.....	12
4 SIMULAÇÕES.....	13
4.1 Dados.....	13
4.2 Simulações sem observador.....	14
4.3 Simulação com observador.....	21
5 CONCLUSÃO.....	25
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	26

1 INTRODUÇÃO.

Este trabalho é uma continuação do projeto de iniciação científica “Simulador de Sistemas de Controle de Atitude de Satélites, SSCAS” Tadeu, Gerson C. F. (2006) que estudou e propôs a construção de um Simulador de Sistemas de Controle Atitude de Satélites – SSCAS. Em um primeiro passo é interessante fazer uma re-leitura do projeto do SSCAS, começando pela descrição de seus equipamentos e dinâmica, sem contar um breve estudo dos pólos com a utilização do método de alocação de pólos. Um próximo passo desse trabalho será a implementação de filtro de Kalman para determinar as variáveis de estados não obtidas no sistema, pois na pratica não podemos admitir que todas as variáveis de estado estejam disponíveis para a realimentação assim sendo se faz necessária estimar algumas variáveis de estado, posição angular, por exemplo, tendo em mente que nem sempre por uma questão de espaço ou verba não podemos colocar todos os sensores necessários para observar todas as variáveis de estado.

Um método para se investigar o desempenho de um sistema de controle de atitude de satélite é a utilização de uma plataforma experimental, pois ela incorpora um maior grau de realismo em comparação às simulações computacionais. Esse equipamento possui algumas limitações uma vez que não conseguimos reproduzir um ambiente com gravidade próxima a zero e livre de torques existentes no espaço, situação muito importante quando se trata de um sistema cuja dinâmica é muito complexa e necessita de um sistema de controle muito preciso. Para amenizar o efeito do atrito usa-se um filme de ar em um mancal fazendo com que o sistema flutue, e assim eliminando efetivamente torques externos deixando o sistema livre. Plataformas experimentais são limitadas a apenas um eixo de rotação tendo em mente que a construção de um sistema de rotação em três eixos exige um mancal esférico de rotação cuja construção é extremamente complexa sem contar que tal mecanismo pode não ter mais rotação livre, mas o fato de ter a sua rotação em apenas um eixo possui suas vantagens; sendo de construção mais simplificada, oferece a possibilidade de estudar a dinâmica e ao controle associado a este movimento.

2 DESCRIÇÕES DO MODELO.

Aparato experimental consiste em uma plataforma circular que é sustentada por um mancal de ar. Sobre a plataforma pode se colocar diversos tipos de equipamentos tanto para o controle de atitude como outros aparatos do objetivo da missão que esse satélite foi projetado.



Figura 1: Plataformas do LabSim: à esquerda uma plataforma de três eixos de rotação e da direita de um eixo de rotação

Na figura 1 são mostrados as plataformas existentes no laboratório de simulação (LabSim) do INPE. Aqui neste trabalho é estudado um sistema equipado sobre a plataforma de rotação em um eixo (eixo z).

Baseado na mesma montagem do trabalho “Simulador de Sistemas de Controle de Atitude de Satélites” Tadeu, Gerson C. F. (2006) que consistia em um sistema composto por: uma roda de reação (RR) que serve como atuador associado a um giroscópio (GIR) como sensor, uma bateria recarregável (BAT), um computador (PC), uma eletrônica (Ele), dois rádios modem (RM) com suas respectivas interfaces, sistema mostrado na figura 2, surge um sistema para se estudar a dinâmica e montar uma lei de controle.

A roda de reação (RR) se servindo das leis de conservação de momento angular, produz um torque sobre o satélite que faz com que ele se movimente. O giroscópio (GIR) é o sensor que medirá a velocidade angular do satélite em relação a um referencial inercial. Esses dois equipamentos juntos formam um sistema de controle em malha fechada para controlar a velocidade angular do eixo vertical do satélite no caso da plataforma.

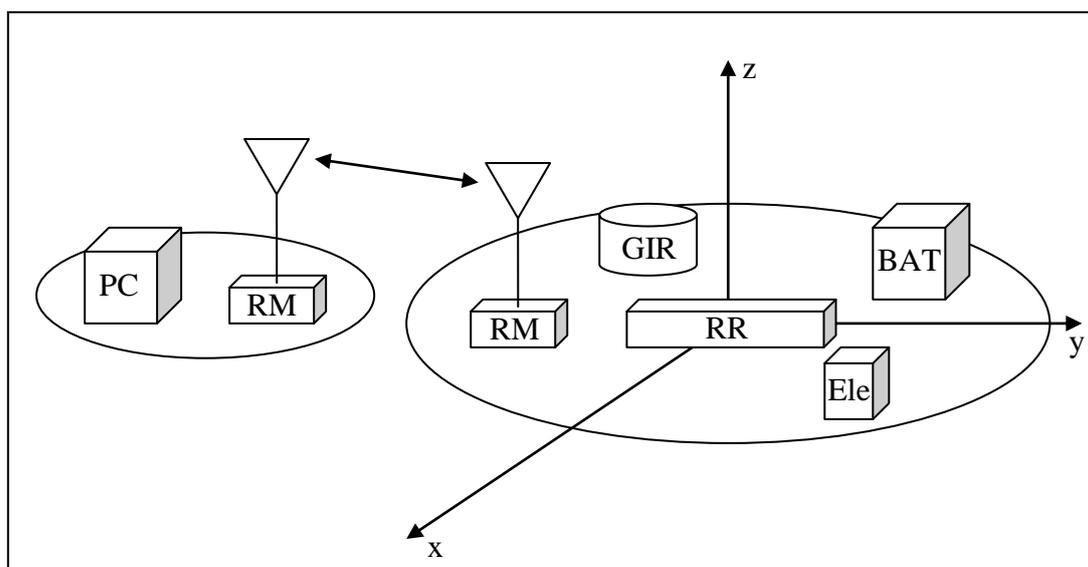


Figura 2: Montagem do sistema

Com os componentes escolhidos é necessário fazer o balanceamento do sistema, ou seja, alinhar o centro de massa do sistema com seu eixo de rotação de forma que o sistema fique livre de torques externos se aproximando o máximo possível das condições existentes do espaço. Para essa calibragem existe algoritmo de identificação de parâmetros (método dos mínimos quadrados), para estimar a matriz de inércia e o centro de gravidade de toda a plataforma.

3 MODELO MATEMÁTICO.

Para determinar as equações de movimento desse sistema devem-se introduzir os referencias e as coordenadas onde serão tratados os equacionamentos de forma a organizar o raciocínio.

Neste caso, como o mostrado na figura a seguir, consideramos um sistema contendo três rodas de reação. Fixamos as coordenadas (x, y, z) (com zero no centro da plataforma) no centro de massa da plataforma, e $(x, y, z)_{1,2,3}$ no centro de massa das rodas de reação, assim temos para as velocidades angulares; $\vec{\omega}$ (velocidade angular absoluta) para as coordenadas (x, y, z) , e $\vec{\omega}_{1,2,3}$ para cada roda de reação. Os vetores $\vec{R}_{1,2,3}$ indicam a posição do centro de massa das rodas de reação em função das coordenadas (x, y, z) , \vec{r} indica a posição dos elementos de massa dm em função das coordenadas (x, y, z) , e os vetores $\vec{\rho}_{1,2,3}$ indicam o elemento de massa dm nas coordenadas $(x, y, z)_{1,2,3}$. O parâmetro de projeto α , nesse trabalho é considerado igual a 90° .

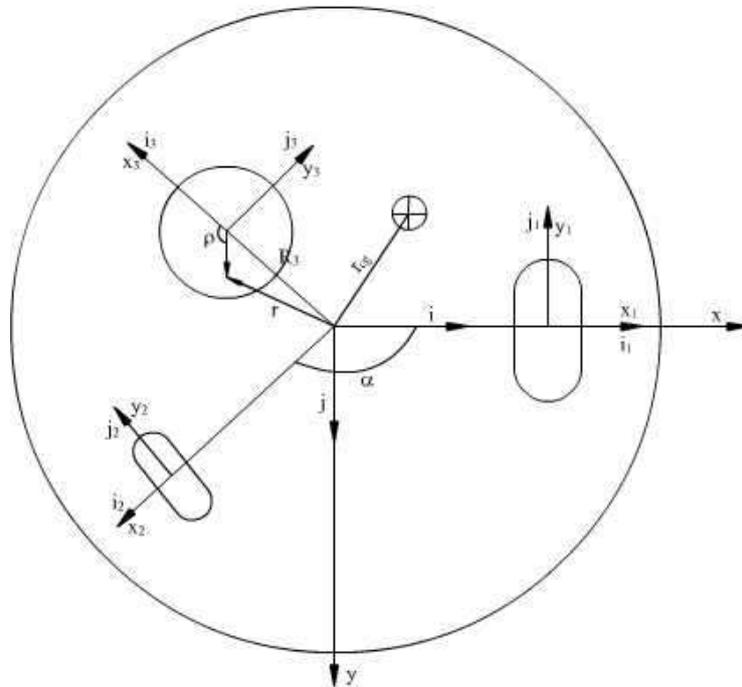


Figura 3: Modelo da plataforma inercial.

3.1 Equações de movimento.

Seguindo uma ordem lógica vamos partir da quantidade de momento angular do sistema com origem no centro de rotação da plataforma e em seguida ver a quantidade de momento angular das rodas de reação e por fim agrupar o sistema em função do referencial inercial $(X, Y, Z)_T$ ligado a Terra com origem coincidente com a da plataforma.

Do momento angular total temos:

$$\vec{H} = \int_{BASE} (\vec{r} \times \vec{v}) dm + \sum_{i=1}^3 \int_{RODA} (\vec{r}_i \times \vec{v}) dm \quad (3.1)$$

Onde \vec{v} é a velocidade absoluta. Podemos escrever \vec{v} em função das velocidades angulares, tendo assim as relações:

$$\vec{v} = \vec{W} \times \vec{R}_i \rightarrow \vec{v} = \vec{W} \times \vec{R}_i + \vec{w} \times \vec{\rho}_i \quad (3.2)$$

Substituindo 3.2 em 3.1 temos;

$$\vec{H} = \int_{BASE+RODA} \vec{r} \times (\vec{W} \times \vec{r}) dm + \sum_{i=1}^3 \int_{RODA} \vec{\rho}_i \times (\vec{w}_i \times \vec{\rho}_i) dm \quad (3.3)$$

$$\vec{H} = \vec{h} + \sum_{j=1}^3 \vec{h}_j \quad (3.4)$$

Assim podemos concluir que o momento angular total deste sistema é dado pela soma dos momentos da roda e da base (plataforma). Tendo os vetores:

$$\begin{aligned} \vec{r} &= x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \\ \vec{\rho}_i &= x\hat{x}_i + y\hat{y}_i + z\hat{k}_i \\ \vec{w}_i &= w_x\hat{l}_i + w_y\hat{j}_i + w_z\hat{k}_i \end{aligned}$$

E usando a relação vetorial $A \times (B \times C) = B(A * C) - C(A * B)$ (Steinbruch, 1987) podemos escrever os produtos $\vec{r} \times (\vec{W} \times \vec{w})$ e $\vec{\rho}_i \times (\vec{w}_i \times \vec{\rho}_i)$ como sendo:

$$\vec{r} \times (\vec{W} \times \vec{r}) = [p(y^2 + z^2) - x(yq + rz)]\hat{i} + [q(x^2 + z^2) - y(xp + rz)]\hat{j} \\ + [r(x^2 + y^2) - z(xp + qy)]\hat{k}$$

$$\vec{\rho}_i \times (\vec{w}_i \times \vec{\rho}_i) = [w_x(y^2 + z^2) - x(xw_y + xz)]\hat{i}_i \\ + [w_y(x^2 + z^2) - y(xw_x + zw_{zy})]\hat{j}_i + [w_z(x^2 + y^2) \\ - z(xw_x + xw_y)]\hat{k}_i$$

Lembrando que este conjunto de equações (abaixo expostas: 3.5 e 3.6) são validas uma vez que a origem do sistema coincide com o centro de massa do corpo, fato que realmente ocorre para as rodadas de reação, mas não para a base. Temos também outro fator que ajuda na simplificação do sistema que é a direção constante no tempo da velocidade de rotação das rodas de reação com relação ao sistema coordenado (x, y, z) .

Substituindo o sistema de equações acima em (3.3) e escrevendo em função dos elementos da matriz de inércia I temos:

$$\vec{h} = (pI_{xx} + qI_{xy} + rI_{xz})\hat{i} + (pI_{yx} + qI_{yy} + rI_{yz})\hat{j} + (pI_{zx} + qI_{zy} \\ + rI_{zz})\hat{k} \quad (3.5)$$

$$\vec{h}_1 = I_{xx}w_1\hat{i}_1 = I_1w_1\hat{i}_1 \\ \vec{h}_2 = I_{yy}w_2\hat{i}_2 = I_2w_2\hat{i}_2 \\ \vec{h}_3 = I_{zz}w_3\hat{i}_3 = I_3w_3\hat{i}_3 \quad (3.6)$$

Usando do teorema de Euler (Lemos, 2007) que diz os torques externos, se existirem, podem ser expressos como a derivada em função do tempo do momento angular. Tendo

que $\dot{I} = 0$ uma vez que ele não depende do tempo, derivando a equação (3.4) com as devidas substituições temos as equações de movimento da plataforma:

$$\begin{aligned} \vec{T} &= \dot{\vec{H}} \\ m(\vec{r}_{cg} \times \vec{g}) &= (\dot{\vec{h}})_r + \vec{W} \times \vec{h} + \sum_{i=1}^3 (\dot{\vec{h}})_i + \vec{W} \times \left(\sum_{i=1}^3 \vec{h}_i \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Transferindo o sistema para a mesma base ortonormal $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ referente às coordenadas (x, y, z) . Para isso (de acordo com a figura 3.1) temos que $\hat{i}_1 = \hat{i}$; $\hat{i}_2 = \hat{j}$; $\hat{k}_3 = \hat{k}$; $\vec{g} = |g| (-\text{sen}(\theta)\hat{i} + \text{sen}(\phi)\cos(\theta)\hat{j} + \cos(\theta)\cos(\phi)\hat{k})$ sendo θ, ϕ, ψ os ângulos de Euler indicando a atitude do sistema de coordenadas (x, y, z) com relação o referencial inercial $(X, Y, Z)_T$. Dado que as equações de movimento de cada roda de reação, seguindo o teorema de Euler, dependem de sua velocidade angular relativa (\vec{w}_i) em torno de seu eixo de rotação mais a velocidade angular absoluta da base (\vec{W}) , assim podemos escrever:

$$\begin{aligned} Q_1 &= I_1(\vec{w}_1 + \vec{W}) * \hat{i}_1 = I_1[w_1 + p] \\ Q_2 &= I_2(\vec{w}_2 + \vec{W}) * \hat{i}_2 = I_2[w_2 + q] \\ Q_3 &= I_3(\vec{w}_3 + \vec{W}) * \hat{k}_3 = I_3[w_3 + r] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Derivando em função do tempo o conjunto de equações 3.7 temos as equações dos torques. Tais torques não interferem no momento angular total \vec{H} .

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= I_1[\dot{w}_1 + \dot{p}] = T_1 \\ \dot{Q}_2 &= I_2[\dot{w}_2 + \dot{q}] = T_2 \\ \dot{Q}_3 &= I_3[\dot{w}_3 + \dot{r}] = T_3 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Para transferir o sistema para o sistema de coordenadas inercial $(X, Y, Z)_T$ aplicamos uma matriz de rotação utilizando os ângulos de Euler. Este processo fará com que as coordenadas (x, y, z) se alterem para $(X, Y, Z)_T$.

Assim obtêm-se as equações cinemáticas que descrevem o movimento da plataforma.

$$\begin{aligned}
 \dot{\phi} &= p + tg(\theta)[qsen(\phi) + rcos(\phi)] \\
 \dot{\theta} &= qcos(\phi) - rsen(\phi) \\
 \dot{\psi} &= \frac{1}{\cos(\theta)}[qsen(\phi) + rcos(\phi)]
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Assim escrevendo na forma matricial temos:

$$\begin{bmatrix}
 I_{xx} & I_{yx} & I_{zx} & 0 & 0 & 0 & I_1 & 0 & 0 \\
 I_{xy} & I_{yy} & I_{zy} & 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\
 I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_3 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \dot{p} \\
 \dot{q} \\
 \dot{r} \\
 \dot{\phi} \\
 \dot{\theta} \\
 \dot{\psi} \\
 \dot{w}_1 \\
 \dot{w}_2 \\
 \dot{w}_3
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 (I_{xx} - I_{zz})qr + I_{xy}pr - I_{xz}pq + I_{yz}(r^2 - q^2) + I_2w_2r - I_3w_3q + \\
 \quad + mgr_y \cos(\theta) \sen(\phi) - mgr_z \cos(\theta) \sen(\phi) \\
 (I_{zz} - I_{xx})pr + I_{yz}pq - I_{xy}qr + I_{xz}(p^2 - r^2) + I_1w_1r - I_3w_3p + \\
 \quad + mgr_x \cos(\theta) \cos(\phi) - mgr_z \sen(\theta) \\
 (I_{xx} - I_{yy})pq + I_{xz}qr - I_{yz}pr + I_{xy}(q^2 - p^2) + I_1w_1q - I_2w_2p + \\
 \quad + mgr_x \cos(\theta) \sen(\phi) - mgr_y \sen(\theta) \\
 p + tg(\theta)[qsen(\phi) + rcos(\phi)] \\
 qcos(\phi) + rsen(\phi) \\
 \frac{1}{\cos(\theta)}[qsen(\phi) + rcos(\phi)] \\
 \frac{T_1}{I_1} \\
 \frac{T_2}{I_2} \\
 \frac{T_3}{I_3}
 \end{bmatrix}$$

Escrevendo de uma forma mais simples o sistema anteriormente exposto:

$$M[\dot{X}] = [f(x)] \tag{3.11}$$

Assim temos um sistema integrável pelo método Runge Kuta, bastando agora somente informar as condições iniciais do modelo.

$$[\dot{X}] = M^{-1}[f(x)] \quad (3.12)$$

A equação 3.12 é a equação integrável e a equação 3.13 corresponde a suas condições iniciais.

$$X_0 = [p_0 \ q_0 \ r_0 \ \phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0 \ w_{10} \ w_{20} \ w_{30}]^T \quad (3.13)$$

3.2 Sistema de controle de atitude.

Os sistemas de equações encontradas não são lineares, assim sendo é necessário linearizar o sistema usando a hipótese de pequenas perturbações. Podemos centrar as coordenadas no centro de massa do sistema de forma ter $\vec{r}_{cg} = 0$.

Dadas essas duas condições forçamos o produto dos momentos de inércia se anulam e a combinação de duas velocidades se tornarem desprezível ao comparadas com outros valore, desta forma temos as seguintes relações obtidas de 3.9.

$$\begin{aligned} (I_1 - I_{xx})\dot{p} &= T_1 & \dot{\phi} &= p \\ (I_2 - I_{yy})\dot{q} &= T_2 & \dot{\theta} &= q \\ (I_3 - I_{zz})\dot{r} &= T_2 & \dot{\psi} &= q \end{aligned} \quad (3.14)$$

Na forma matricial temos a equação:

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (3.15a)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{I_1 - I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_1 - I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_3 - I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (3.15b)$$

A equação 3.15a mostra em forma algébrica a matriz 3.15b.

3.3 Alocação de pólos.

Uma vez montado esse esquema iremos começar o projeto de alocação de pólos. Admitindo inicialmente que neste modelo todas as variáveis de estado são mensuráveis e disponíveis para realimentação e que ele é um sistema de estado completamente controlável, então os pólos de malha fechada do sistema poderão ser alocados em qualquer posição desejada por meio de uma realimentação de estado, empregando uma matriz de ganho apropriada. Partindo do vetor de controle:

$$u = -KX \quad (3.16)$$

Tendo que $K_{3 \times 6}$ é a matriz de ganho (esta matriz é 3×6 uma vez que temos 3 entradas e 6 estados) e X são os estados. Rearranjando a equação 3.15a temos:

$$\dot{X} = [A - BK]X \quad (3.17)$$

Cujo diagrama de blocos é dado pela figura 3.2.

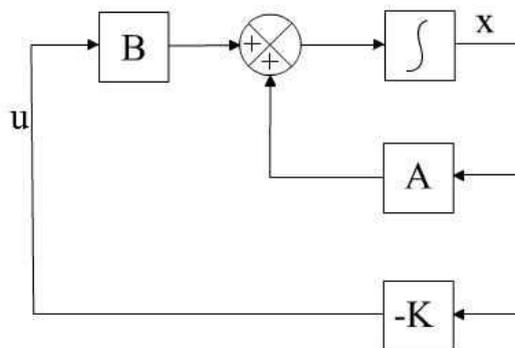


Figura 3.2: Sistema em malha fechada

Com algumas manipulações algébricas é possível determinar a matriz ganho $K_{3 \times 6}$ (para determinar $K_{3 \times 6}$ deve-se reescrever o sistema em função das entradas T_i e resolver o sistema $|sI - A + B_i K_i| = 0$, tendo como condição $T_i = 0$), a partir disso é possível estimar os pólos da autofunção $A - BK$. A escolha dos pólos do sistema deve ser feita analisando a velocidade de resposta (quanto mais rápido melhor), mas deve-se levar em consideração os limites físicos e práticos dos aparatos utilizados, por exemplo, a roda de

reação possui limites finitos para sua velocidade de rotação que se ultrapassados podem destruir a mesma.

3.4 Observadores de estados.

Ao se projetar um sistema de controle nem sempre temos a disposição todas às variáveis de estado necessárias para realimentação, assim sendo devemos implementar um programa (observador de estado, ou simplesmente observador) que seja capaz de fazê-lo.

Um sistema pode ser observável se a saída possuir uma componente devida a cada uma das variáveis de estado logo, deve se analisar se o sistema é ou não observável. Para se analisar a observabilidade de um sistema basta verificar se existe um tempo finito T tal que o estado inicial $x(0)$ possa ser determinado a partir do histórico de $y(t)$ em um dado controle $u(t)$.

Da planta de um sistema com uma única entrada e uma única saída, temos;

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{3.18}$$

Onde C é uma matriz linha e x é um vetor coluna. Para este sistema será observável quando uma matriz Q ($n \times n$) for não singular ($\det(Q) \neq 0$), sendo a matriz Q :

$$Q = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

O observador de estados é um subsistema reconstrutor do vetor de estado da planta, a modelagem matemática do observador é praticamente igual a da planta alterando somente por um termo adicional que incorpora o erro de estimação para compensar as

incertezas das matrizes A e B , e a ausência do erro inicial. Esse erro de estimação é dado pela diferença entre o estado inicial (x) e o estado estimado (\tilde{x}).

Pode-se definir a modelagem matemática do observador da seguinte forma:

$$\dot{\tilde{x}} = (A - K_e)\tilde{x} + Bu + K_e y \quad (3.20)$$

Onde $C\tilde{x}$ é a saída estimada e a matriz K_e é a matriz ganho do observador que tem o papel de corrigir a diferença entre a saída medida y e a saída estimada $C\tilde{x}$.

3.4.1 Observador de ordem plena.

Admitindo que a planta seja dada pelas equações (3.18) e o modelo do observador pela equação (3.20). A partir destas equações é possível obter a equação do erro da observação, para isso basta subtraí-las.

$$\dot{x} - \dot{\tilde{x}} = (A - K_e C)(x - \tilde{x}) \quad (3.21)$$

O vetor erro e é dado por:

$$e = x - \tilde{x} \quad (3.22)$$

Derivando a equação (3.22) temos;

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\tilde{x}} \quad (3.23)$$

O comportamento do vetor erro é determinado pelos autovalores da matriz $(A - K_e C)$, se esta for uma matriz estável o erro convergirá para zero para qualquer que seja o valor do vetor $e(0)$. Para uma maior eficácia do sistema devem-se escolher os autovalores de $(A - K_e C)$ para que o vetor erro e seja assintoticamente estável e rápido, então qualquer valor de erro tenderá a zero com uma velocidade adequada. Assim se o sistema for observável é possível escolher uma matriz K_e de tal forma que $(A - K_e C)$ tenha seus autovalores arbitrariamente escolhidos, pode se dizer que a matriz K_e (matriz ganho do observador) serve para gerar uma matriz $(A - K_e C)$ desejada.

4 SIMULAÇÕES.

As simulações serão feitas a partir do que foi dito no item 3.2, 3.3 e 3.4 a partir das equações lá demonstradas. O propósito dessas simulações é analisar o comportamento de diversos pólos dentro da região de controlabilidade do modelo e encontrar os pólos mais adequados para o modelo da plataforma com e sem observador.

È empregando o método de integração Runge-Kuta, de quarta ordem com passo variável de acordo com estimação do erro de ordem maior igual a cinco (RK45), ao sistema com condição inicial $X_0 = [p_0 \ q_0 \ r_0 \ \phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0 \ w_{10} \ w_{20} \ w_{30}]$.

Para este modelo com o observador, consideramos que as velocidades angulares das rodas de reação são completamente observadas, e que temos para realimentação a velocidade angular do sistema, de forma que conseguimos estimar as velocidades angulares e posição angular do sistema.

4.1 Dados.

Dados de inércia da plataforma inercial, torque externo e inércias das rodas de reação (SI):

$I_{xx} = 1.1667$	$I_{xy} = 0.0107$	$I_1 = 1.792 \times 10^{-3}$	$m_{gr_x} = 0.0101$
$I_{yy} = 1.1671$	$I_{xz} = -0.0185$	$I_2 = 1.792 \times 10^{-3}$	$m_{gr_y} = 0.0323$
$I_{zz} = 2.2129$	$I_{yz} = 0.0159$	$I_3 = 1.792 \times 10^{-3}$	$m_{gr_z} = 0.7630$

E com condição inicial:

$$X_0 = \left[0 \quad \frac{5\pi}{180} \quad 0 \quad \frac{-20\pi}{180} \quad \frac{5\pi}{180} \quad \frac{-5\pi}{180} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]$$

4.2 Simulações sem observador

As simulações para o sistema sem observador foram feitas para os polos respectivamente;

$$P1: [-2 + 0,3i \quad -2 - 0,3i \quad -2,25 + 0,3i \quad -2,24 - 0,3i \quad -2,5 + 0,3i \quad -2,5 - 0,3i]$$

$$P2: [-0,5 + i \quad -0,5 - i \quad -0,3 + i \quad -0,3 - i \quad -0,2 + i \quad -0,2 - i]$$

$$P3: [-1,5 + 0,9i \quad -1,5 - 0,9i \quad -0,9 + 0,9i \quad -0,9 - 0,9i \quad -0,6 + 0,9i \quad -0,6 - 0,9i]$$

$$P4: [-4,0 \quad -4,0 \quad -4,25 \quad -42,5 \quad -4,5 \quad -4,5]$$

Com o pólo P1 temos;

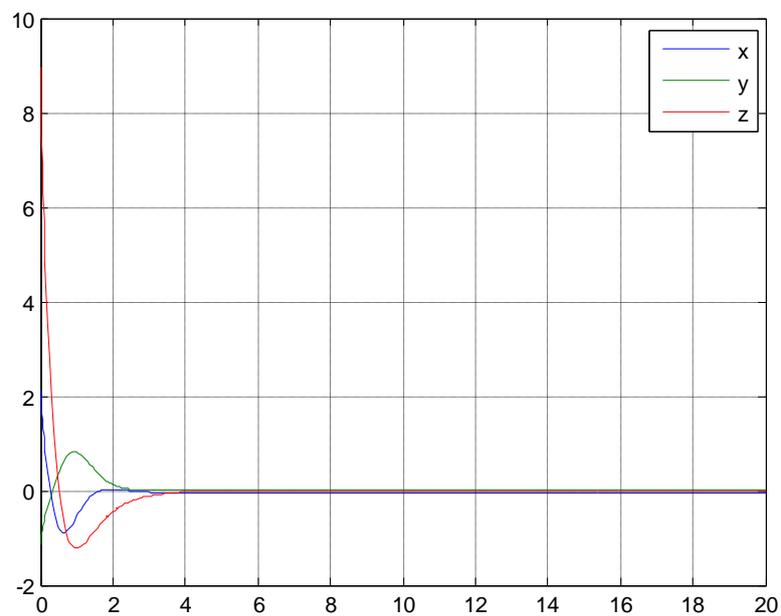


Figura 3: Gráfico do controle para o pólo P1

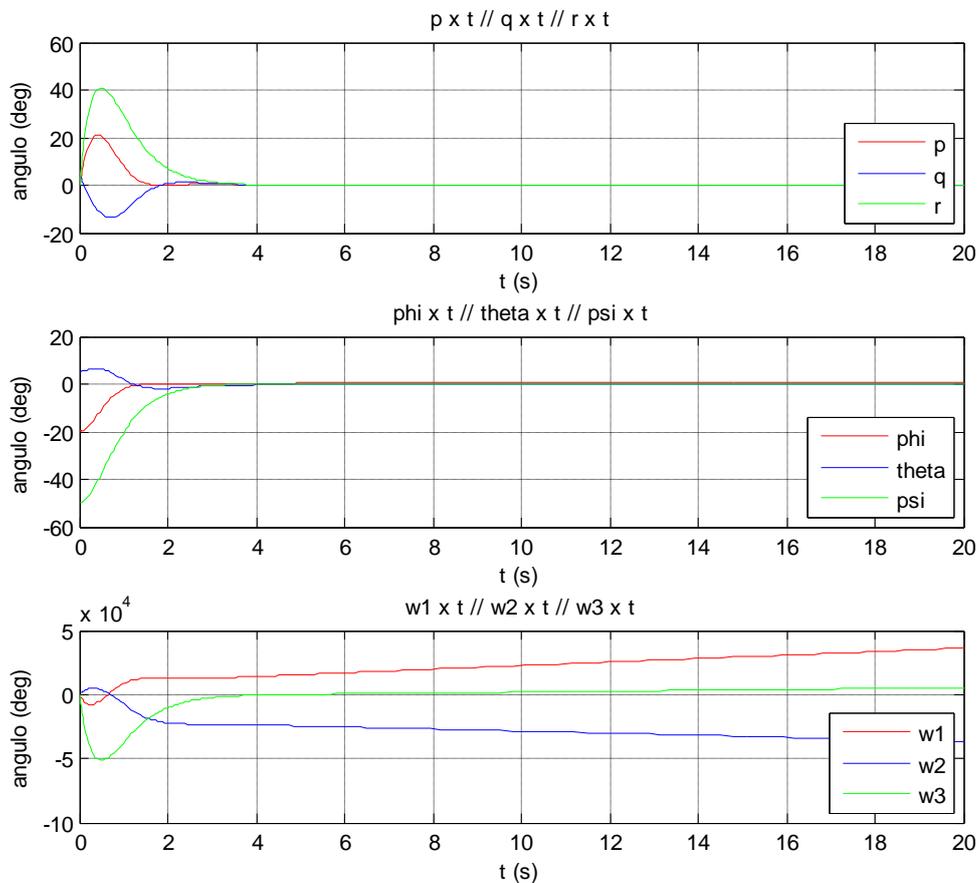


Figura 4: Sistema simulado com o pólo P1

Nesta simulação vemos que o sistema é controlado a partir de 3,5s para as velocidades angulares (p , q e r equação (3.14)), para a variação angular o sistema é controlado a partir de 3,5s no sistema de rotação das rodas de reação vemos que existe uma velocidade residual que cresce rapidamente no tempo até a ordem de 10^4 para w_x e w_y e temos para w_z uma velocidade residual com crescimento mais suave. Analisando o grafico do controle (equação (3.16)), figura 3, observa-se que se gasta mais energia no eixo z e praticamente a mesma quantidade de energia nos outros x e y.

Com o pólo P2 temos;

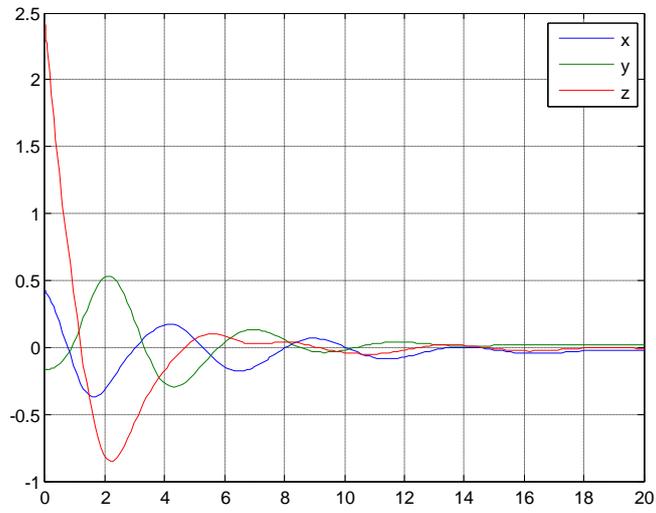


Figura5: Gráfico do controle para o pólo P2

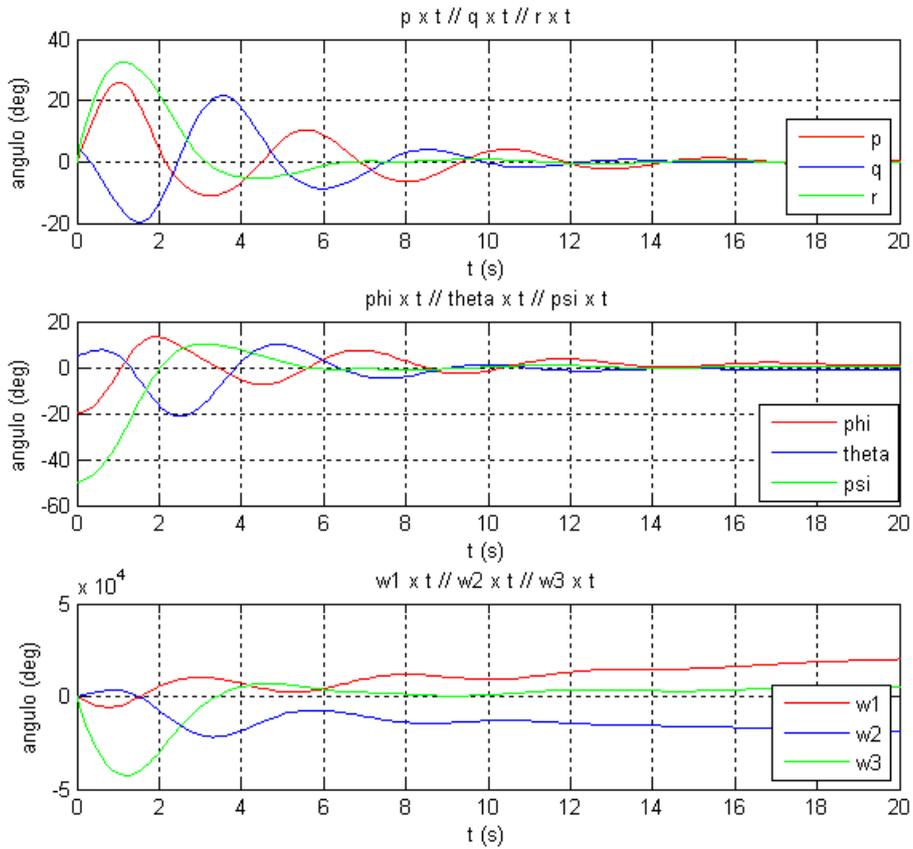


Figura 6: Sistema simulado com o pólo P2

Nesta simulação vemos que o sistema é controlado a partir de 16s para as velocidades angulares (p , q e r equação (3.14)), para a variação angular o sistema é controlado a partir de 14s no sistema de rotação das rodas de reação vemos que existe uma velocidade residual que cresce rapidamente no tempo até a ordem de 10^4 para w_x e w_y e temos para w_z uma velocidade residual com crescimento mais suave. Analisando o gráfico do controle (equação (3.16)), figura 5, observa-se que o gasto de energia é maior que o analisado na figura 3 mas ainda continua gastando mais energia no eixo z e menos nos eixos x e y .

Com o polo P3 temos;

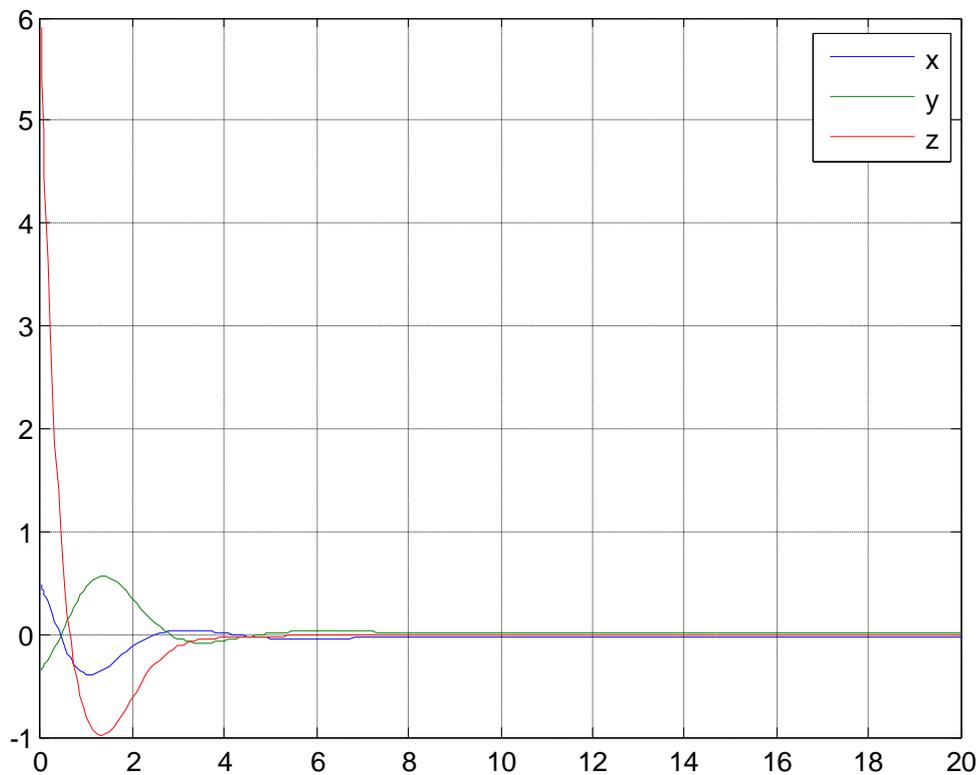


Figura 7: Gráfico do controle para o pólo P3

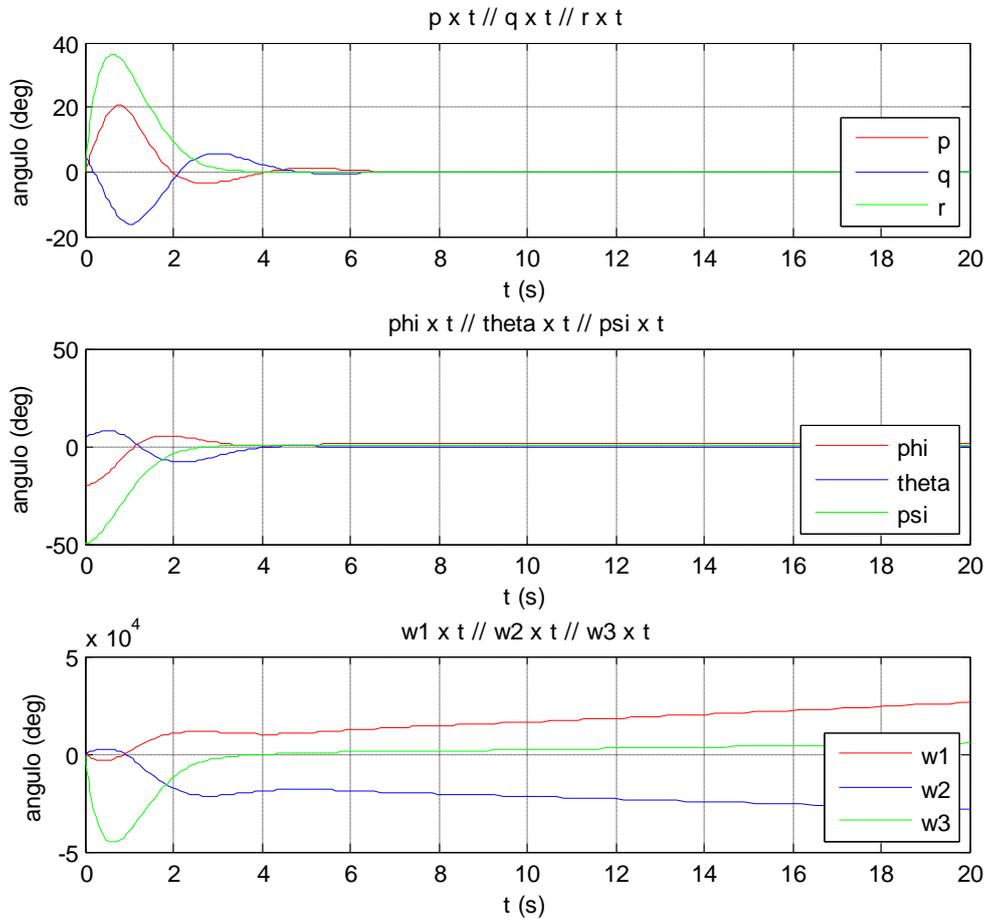


Figura 8: Sistema simulado para o pólo P3

Nesta simulação vemos que o sistema é controlado a partir de 5s para as velocidades angulares (p , q e r equação (3.14)), para a variação angular o sistema é controlado a partir de 5s no sistema de rotação das rodas de reação vemos que existe uma velocidade residual que cresce mais suave que nos casos anteriores sendo quase constante em w_z isso é um indicador que essas velocidades residuais neste caso afetam bem menos que nos casos anteriores. Analisando o grafico do controle (equação (3.16)), figura 7 vemos que o gasto do energia é maior no eixo z.

Com o pólo P4 temos;

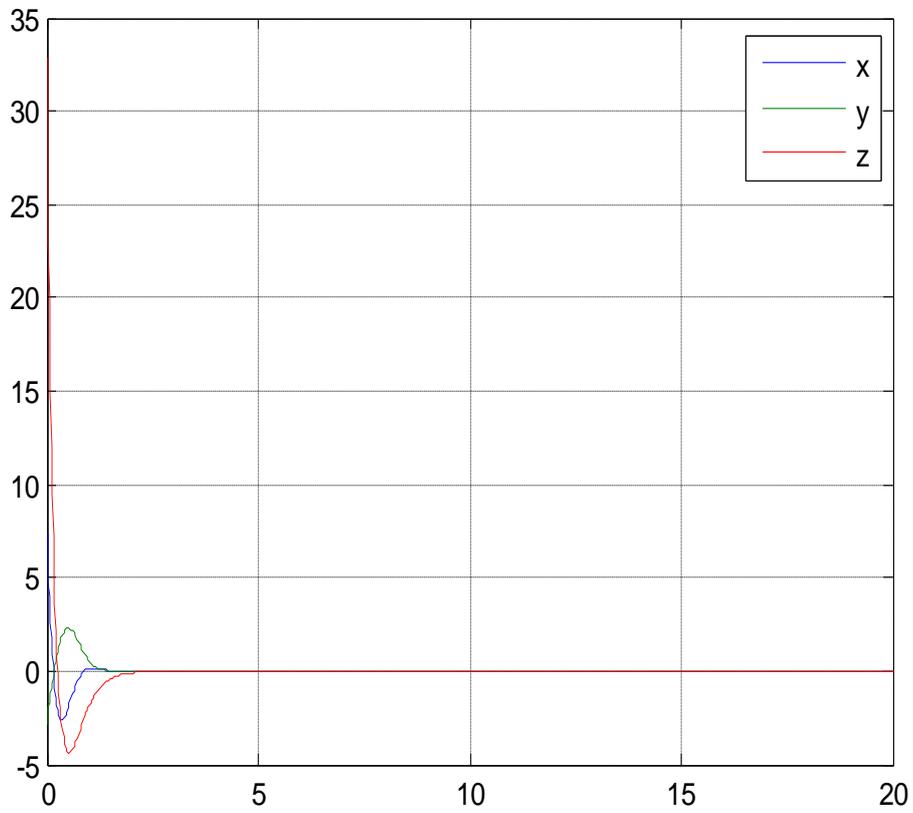


Figura 9: Gráfico do controle para o pólo P4

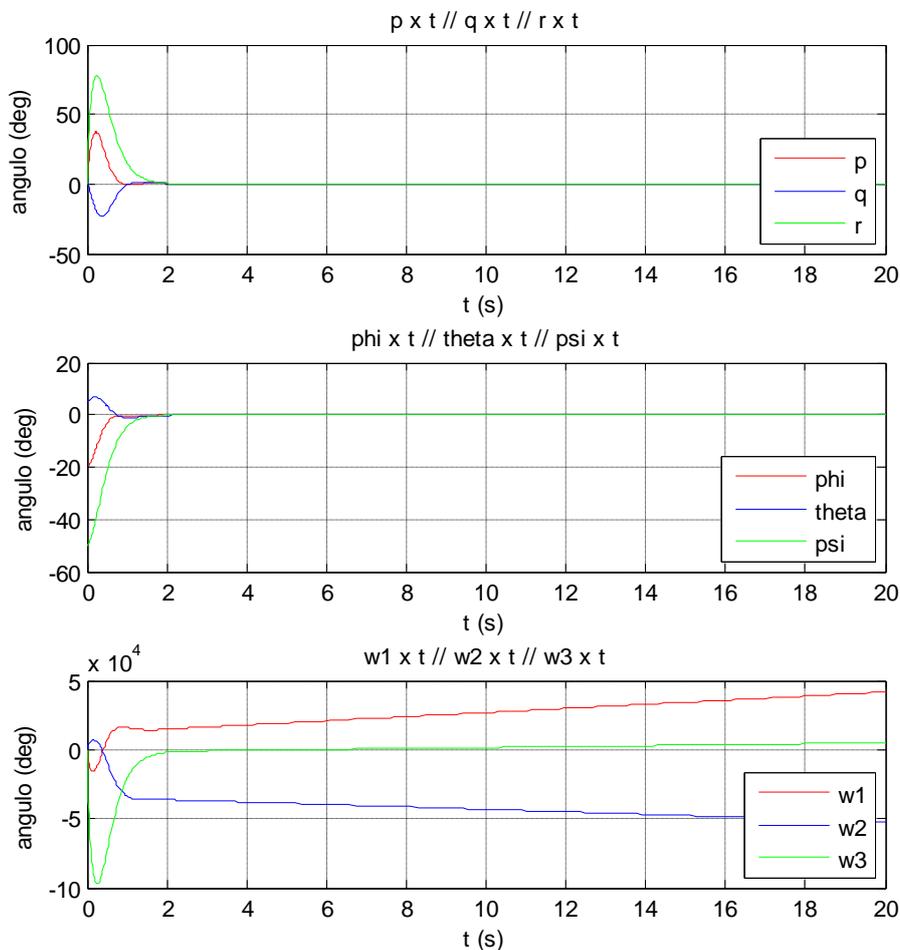


Figura 10: Sistema simulado com o pólo P4

Nesta simulação como o polo está posicionado muito à esquerda do plano já era de se esperar que ele controlaria o sistema mais rápido e sem oscilação o sistema. É controlado a partir de 2s para as velocidades angulares (p , q e r equação (3.14)), para a variação angular o sistema é controlado a partir de 2s no sistema de rotação das rodas de reação vemos que existe uma velocidade residual que cresce mais suave que nos casos anteriores sendo quase constante em w_z isso é um indicador que essas velocidades residuais neste caso afetam bem menos que nos casos anteriores. Analisando o gráfico do controle (equação (3.16)), figura 10 vemos que ainda o gasto de energia é maior no eixo z mesmo sendo o gasto deste sistema relativamente menor que os outros estudados..

Por fim em uma análise geral destes sistemas podemos concluir que a energia gasta no eixo z é sempre a maior e que as velocidades residuais tendem a existir em maior ou menor atuação em todos os casos, valendo assim analisar quais delas irão saturar ou não o sistema a ser controlado.

4.3 Simulação com observador.

Neste caso lembramos que será simulado a velocidade angular e a posição angular, sendo a posição estimada pelo filtro.

Com polo da planta:

P1: $[-5 + 2.4i \quad -5 - 2.4i \quad -4 + 2.4i \quad -4 - 2.4i \quad -3 + 2.4i \quad -3 - 2.4i]$

Com polo do observador:

Pe: $[-2 + 0.3i \quad -2 - 0.3i \quad -2.25 + 0.3i \quad -2.25 - 0.3i \quad -2.5 + 0.3i \quad -2.5 - 0.3i]$

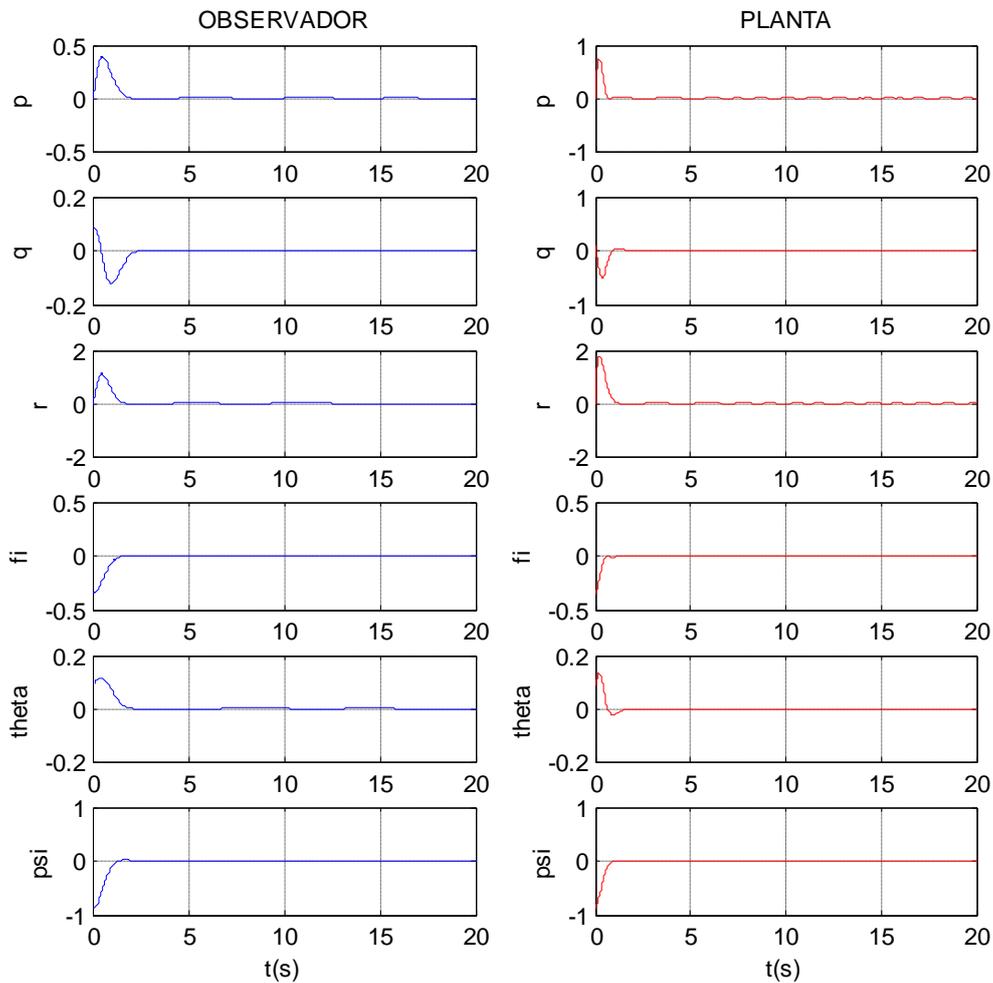


Figura 11: Sistema simulado com pólo da planta P1 e para o observador Pe

Para este conjunto de pólos P1 e Pe vemos que o sistema é controlado para todas as variáveis de estados simuladas em menos de 5s tanto para planta como para o observador. No entanto percebemos claramente que o observador tem uma resposta um pouco mais lenta que da planta.

Com polo da planta:

$$P2: [-0.9 + i \quad -0.9 - i \quad -0.6 + i \quad -0.6 - i \quad -0.5 + i \quad -0.5 - i]$$

Com polo do observador:

$$Pe2: [-1 + 0.84i \quad -1 - 0.84i \quad -1 + 0.84i \quad -1 - 0.84i \quad -1 + 0.84i \quad -1 - 0.84i]$$

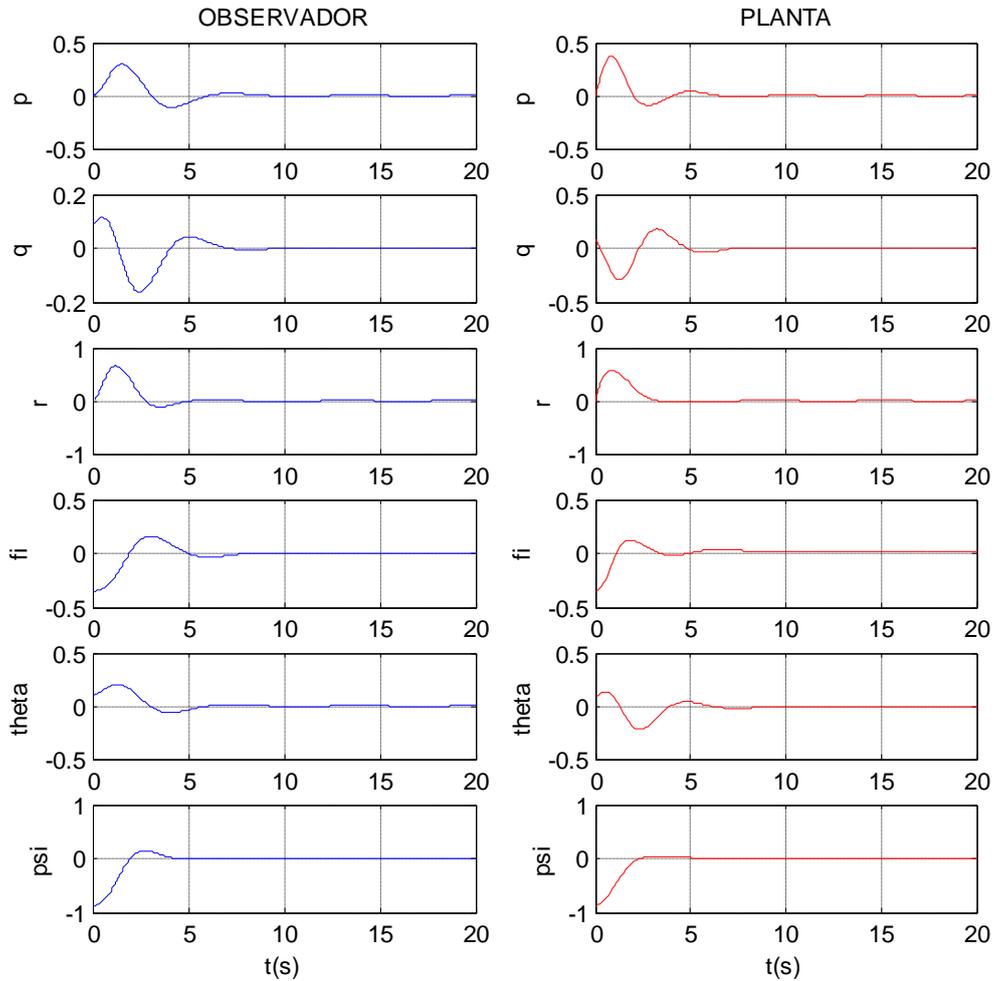


Figura 12: Sistema simulado com pólo da planta P2 e para o observador Pe2

Agora para este conjunto de pólos P2 e Pe2 observamos que os sistemas com observador e sem controlam a partir de 5s sendo o sistema com observador possui uma resposta mais rápida na variável θ que o sistema sem observador (planta).

Com polo da planta:

$P3: [-0.9 + 1.3i \quad -0.9 - 1.3i \quad -0.6 + 1.3i \quad -0.6 - 1.3i \quad -0.5 + 1.3i \quad -0.5 - 1.3i]$

Com polo do observador:

$Pe3 = 2 \times P3$

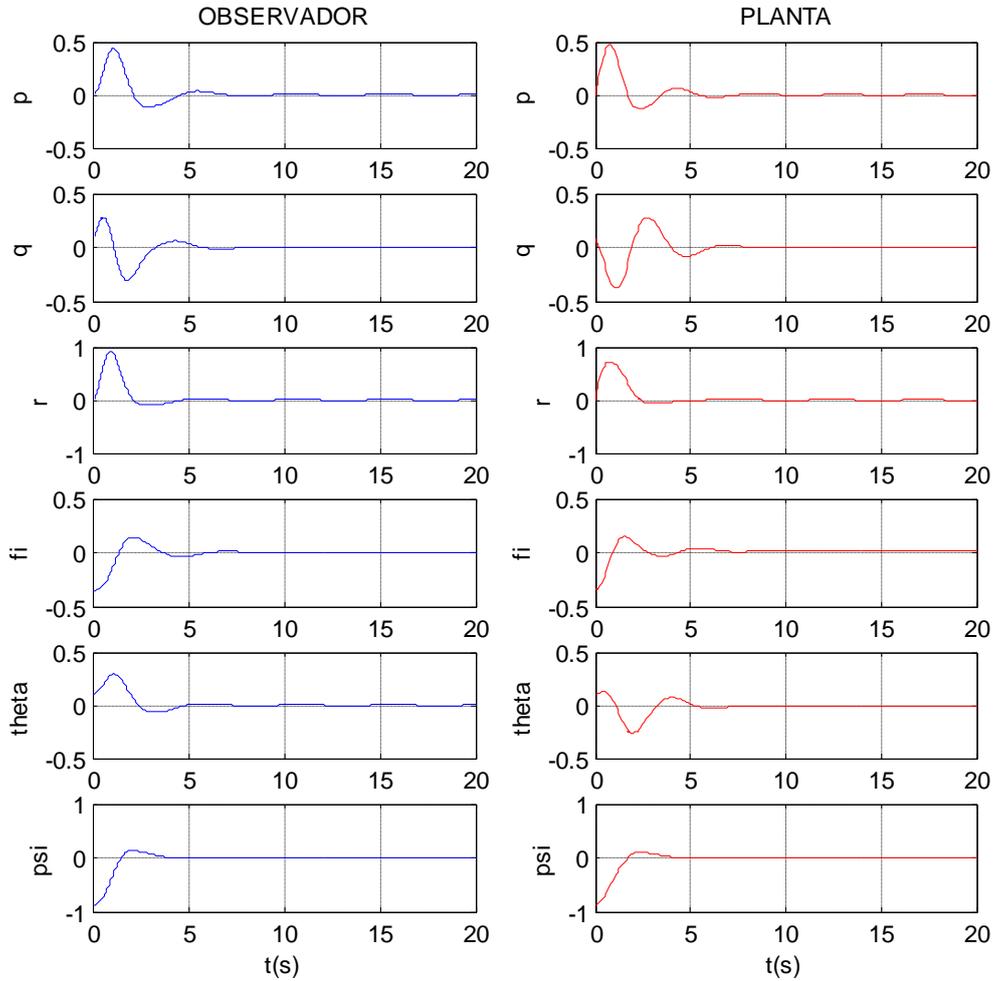


Figura 13: Sistema simulado com pólo da planta P3 e para o observador Pe3

Para este conjunto de pólos temos que o observador é mais lento que a planta e que ambos são controlados a partir de 5s.

Com polo da planta:

$$P4: [-1.1 + 1.94i \quad -1.1 - 1.94i \quad -1.12 + 1.94i \quad -1.12 - 1.94i \quad -1.15 + 1.94i \\ -1.15 - 1.94i]$$

Com pólo do observador:

$$Pe4: [-8 + 1.3i \quad -8 - 1.3i \quad -6 + 1.3i \quad -6 - 1.3i \quad -5 + 1.3i \quad -5 - 1.3i]$$

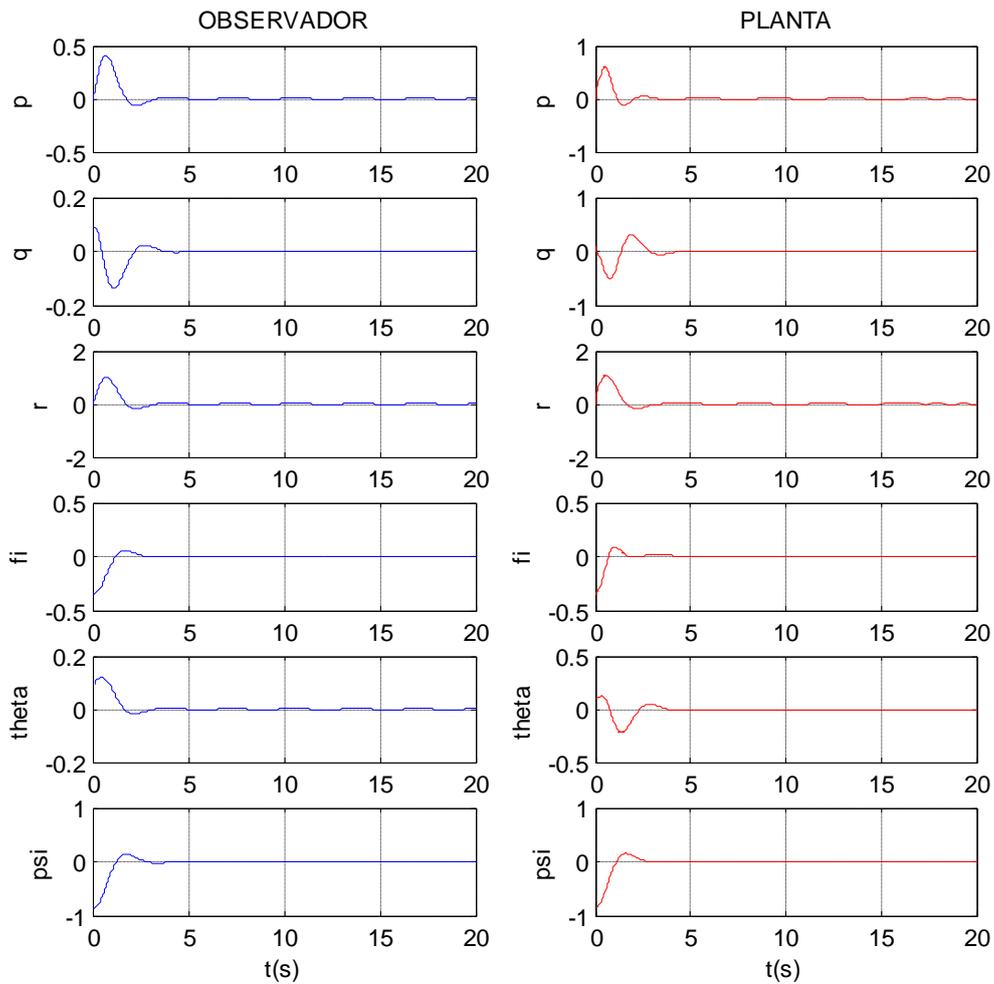


Figura 14: Sistema simulado com pólo da planta P4 e para o observador Pe4

Neste caso temos que o sistema com observador controla um pouco mais rapido do que o sistema da planta. O sistema é controlado em 2s para o observador e em 3s para a planta.

5 CONCLUSÃO.

Neste trabalho de iniciação científica foi estudada a dinâmica de uma plataforma experimental, junto com um sistema de controle com e sem observador utilizando o método de alocação de pólos. O modelo feito neste trabalho é baseado numa plataforma com rotação livre nos três eixos e em seguida foi implementado um observador admitindo que se tivesse a leitura das rotações das rodas e reação e a partir das velocidades angulares do sistema estimasse a velocidade e posição angular.

A posição dos pólos afeta crucialmente no controle do aparato, uma vez que escolhidos de forma errada podem prejudicar toda a missão frisando assim a necessidade de se fazer experimentos reais para se averiguar se os pólos escolhidos realmente funcionam como se espera ou não. Nessas simulações percebemos que quanto mais negativos forem os pólos, mais rápido o sistema é controlado, mas por outro lado eles criam um pico que acaba por exigir um desempenho não real nos atuadores ou na rotação do sistema. Podemos dizer de uma forma sucinta que os pólos quanto mais negativos mais estáveis tornam o sistema, quanto mais imaginários mais oscilantes o sistema fica e quanto mais positivo mais instável fica o sistema. Analisando dessa forma devemos então escolher o par de pólos que mais convêm ao sistema, pensando sempre em todas as limitações dos aparelhos utilizados para o controle do satélite. Perante os resultados apresentados espera-se que os pólos dentro da faixa de $-1 < x < 0$ e $-1i < y < 0$ (no plano $\mathbb{R}e \times \mathbb{I}m$), pois dentro dessa região o sistema se controla em aproximadamente vinte segundos. Ao analisar o sistema com observador temos, além das observações acima citadas, que o sistema com observador tende a se comportar como o sistema da planta (sem observador) quando o pólo do observador tende a valores relativamente maiores que o da planta, sendo que em valores intermediários encontramos um conjunto de pólos de acabam por controlar o sistema de forma ótima, ou seja, o tempo de resposta do observador é mais rápido que o esperado pela planta. Os próximos passos deste trabalho estão associados ao estudo dos ruídos, interferências externas, ou internas, que afetam o sistema criando obstáculos para seu controle.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 4. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, 2003.

LEMOS, N. A. **Mecânica analítica**. 2. ed. São Paulo: Editora livraria da física, 2007.

STEINBRUCH, A. **Geometria analítica**. 2. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, 1987.

CONTI, G. T. F. **Simulador de Sistemas de Controle de Atitude de Satélites (SSCAS)**. In: Seminário de Iniciação Científica do Inpe, 2006, São José dos Campos.